

GUÍA N°3: NÚMEROS RACIONALES, POTENCIAS Y PORCENTAJES 8° EGB

INSTRUCTIVO PARA EL ESTUDIANTE

En la siguiente guía enfrentarás diversas actividades que te ayudarán a recordar y ejercitar tus habilidades en el área de Matemática. Para eso debes seguir la estructura de la guía, que consta de las siguientes etapas:



RECORDANDO CONTENIDOS: Aquí encontrarás una presentación de los contenidos esenciales para resolver la guía, por lo que, cada vez que tengas dudas, puedes volver a visitar esta sección.



COMPRENDIENDO LO ABORDADO: Aquí encontrarás distintos tipos de ejercicios para desarrollar y comprender los contenidos que recordarás en la sección anterior.



REFLEXIÓN Y ANÁLISIS DE LO APRENDIDO: Aquí encontrarás ejercicios que te harán reflexionar sobre los contenidos trabajados en la guía, puesto que los puedes abordar con distintos métodos. Esto te permitirá profundizar tu aprendizaje.



CÓMO SE UTILIZA LO APRENDIDO: Aquí encontrarás ejercicios que te mostrarán cómo se aplican en la vida diaria los contenidos abordados.



EVALUANDO LO APRENDIDO: Aquí encontrarás ejercicios con los que podrás practicar lo aprendido, algunos presentan mayor complejidad, los que te ayudarán a apropiarte aún más de los contenidos.



Providencia

Nombre: _____ Curso: _____

Colegio: _____ Fecha: _____

CONTENIDO:

- Operatoria con números Racionales
- Potencias
- Porcentaje

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE:

- **OA_2** Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas
- **OA_3** Explicar la multiplicación y la división de potencias de base y exponente naturales hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.
- **OA_5** Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

HABILIDAD: Argumentar y comunicar, la resolución de problemas sencillos, mediante la aplicación de la operatoria con números racionales, el concepto de potenciación, y concepto de porcentajes.



1. RECORDANDO CONTENIDOS

A. OPERATORIA EN LOS NÚMEROS RACIONALES:

Ya sabes multiplicar y dividir números naturales y enteros, veamos ahora como realizamos estas operaciones en el conjunto de los números racionales. Recuerda que los números racionales son los números con decimales finitos y las fracciones.

Multiplicación de racionales:

Situación de ejemplo: Multiplica los números 2,3 por 5,12, es decir calcula $2,35 \cdot 5,12$

Paso 1: Multiplica los números como si fueran números enteros

$$\begin{array}{r} 23 \cdot 512 \\ \hline 46 \\ 23 - \\ + 115 - - \\ \hline 11776 \end{array}$$

Paso 2: Cuenta la cantidad de decimales que posee cada uno de los números

2,3 tiene un decimal y 5,12 tiene dos
Entre los dos tienen 3 decimales

Paso 3: Mover la coma hacia la izquierda tantos lugares como decimales hayas contado (recuerda que, si el número no tiene coma, la coma está ubicada al final. Por ejemplo 23 es lo mismo que 23,0)

$$11776 \rightarrow 11,776$$

Paso 4: Reescribe y presenta tu resultado.

El resultado de $2,35 \cdot 5,12$ es 11,776

Situación de ejemplo: Multiplica los números $\frac{1}{5}$ por $\frac{2}{7}$, es decir calcula $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7}$

Paso 1: Multiplica los numeradores para obtener el nuevo numerador y multiplica los denominadores para obtener el denominador.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 7}$$

Paso 2: Reescribe y presenta tu resultado.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{35}$$

División de racionales:

Situación de ejemplo: Divide los números 3,074 por 5,8, es decir calcula $3,074 : 5,8$

Paso 1: Identificar cuál de ellos posee más dígitos decimales y multiplica ambos números por un múltiplo de 10 con tantos ceros como dígitos decimales posee el número identificado para conseguir un número entero. Debes multiplicar ambos números por la misma potencia de 10.

$$\begin{aligned} 3,074 \cdot 1.000 &= 3.074 \\ 5,8 \cdot 1.000 &= 5.800 \end{aligned}$$

Paso 2: Divide los números como si fueran números enteros.

$$3.074 : 5.800 = 0,53$$

Paso 3: Reescribe y presenta tu resultado.

$$3,074 : 5,8 = 0,53$$

Situación de ejemplo: Divide los números $\frac{1}{5}$ por $\frac{2}{7}$, es decir calcula $\frac{1}{5} : \frac{2}{7}$

Paso 1: Invierte la segunda fracción, es decir, el numerador ponlo como denominador y el denominador como numerador

$$\frac{2}{7} \rightarrow \frac{7}{2}$$

Paso 2: Multiplica la primera fracción con la fracción obtenida en el paso 1.

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{10}$$

Paso 4: Reescribe y presenta tu resultado.

$$\frac{1}{5} : \frac{2}{7} = \frac{7}{10}$$

I. Resuelve:

a. $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} =$

b. $\frac{7}{10} : \frac{2}{5} =$

B. POTENCIAS:

Una potencia es la multiplicación de un factor por sí mismo repetidas veces. El factor por repetir se denomina **base** y la cantidad de veces que se multiplica por sí mismo se llama **exponente**.

$$a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a}_{a \text{ SE MULTIPLICA } b \text{ VECES por sí misma}}$$

EXONENTE
BASE

Por ejemplo, 2^3 nos indica que se debe multiplicar el dos, tres veces. Es decir:

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Propiedades de las potencias

Las potencias tienen propiedades particulares cuando queremos operarlas (multiplicarlas o dividir las) y poseen la misma base, estas son:

- $a^b \cdot a^c = a^{(b+c)}$
- $a^b : a^c = a^{(b-c)}$

Otra propiedad muy importante a la hora de trabajar con las potencias es saber que ocurre cuando tenemos algún número elevado a cero, es decir, potencias de la forma a^0 . La propiedad es la siguiente:

- $a^0 = 1$

Independiente de que valor tome la base, cuando la elevemos a cero el resultado es uno. Por ejemplo $8.957^0 = 1$

II. Escribe la multiplicación que representan las siguientes potencias.

Por ejemplo: 3^2 representa $3 \cdot 3$

a. $2^3 =$

b. $6^2 =$

c. $1^4 =$

C. VARIACIONES PORCENTUALES:

Para hablar de variaciones porcentuales, primero debes recordar que es un porcentaje. Un **porcentaje** o “tanto por ciento” es una razón cuyo consecuente (denominador en la proporción) es 100. Así $a\%$ quiere decir a partes de un total de 100 partes iguales.

Una **variación porcentual** indica un aumento o disminución de una cantidad expresado en porcentajes. Para resolver problemas que involucren variaciones porcentuales se utilizan las proporciones.

Situación ejemplo: En un paquete de galletas dice que por una promoción el contenido por envase ha aumentado con respecto a la original un 20%. Si antes el paquete de galletas traía 90 g, ¿cuántos gramos trae el paquete en promoción?

Hay esencialmente dos formas de resolver la situación anterior, las veremos por separado, luego compararemos los métodos y en qué casos son más convenientes de utilizar.

Método 1.

Paso 1: Identifica los datos relevantes del problema.

Gramaje inicial \rightarrow 90g
Gramaje de promoción \rightarrow incógnita, x gramos

Paso 2: Generar la proporción entre los gramos y el porcentaje, para encontrar cuantos gramos son el 20% extra.

$$\frac{90\text{g}}{X\text{g}} \blacktriangleright \frac{100\%}{20\%}$$

Paso 3: Calcular el porcentaje.

$$x = \frac{90 \cdot 20}{100} = 18$$

Así el 20% es 18, por lo tanto, los gramos del paquete en promoción son las 90 iniciales más los 18 agregados

Paso 4: Reescribir y presentar el resultado.

El paquete en promoción trae 108 gramos.

Método 2.

Paso 1: Identifica los datos relevantes del problema.

Gramaje inicial \rightarrow 90g
Gramaje de promoción \rightarrow incógnita, x gramos

Paso 2: Generar la proporción entre los gramos y el porcentaje, para saber cuántos son los gramos del paquete en promoción.

$$\frac{90\text{g}}{X\text{g}} \blacktriangleright \frac{100\%}{120\%}$$

Paso 3: Calcular el porcentaje.

$$x = \frac{90 \cdot 120}{100} = 108$$

Así el 120% equivale a los gramos del paquete en promoción

Paso 4: Reescribir y presentar el resultado.

El paquete en promoción trae 108 gramos.

Conclusiones

Si te fijas bien en el primer método se calcula el porcentaje que se aumentó, por lo que para presentar el resultado se debe sumar la cantidad inicial con la obtenida, mientras que con el segundo método se llega directo al resultado. Así en general, será más conveniente utilizar el método uno cuando quieras responder a preguntas como: *¿cuánto se descontó en la oferta?*, *¿cuánto más tuvo que pagar luego del impuesto?* Y más conveniente el método dos cuando las preguntas sean del estilo: *¿cuál será el precio final al aplicar una oferta?*, *¿cuál será el precio final al aplicar un impuesto?*

En resumen:

Calcular una cantidad **aumentada** en un $n\%$ equivale a calcular el $(100 + n)\%$
Calcular una cantidad **disminuida** en un $n\%$ equivale a calcular el $(100 - n)\%$

III. Completa según corresponde, guíate por el ejemplo:

- Calcular 78 aumentado en un 10% equivale a calcular el 110% de 78.
- Calcular 140 disminuido en un 80% equivale a calcular el _____
- Calcular 20 aumentado en un 25% equivale a calcular el _____



2. COMPRENDIENDO LO ABORDADO

I) Completa rellenando los cuadrados.

a. $2^3 \cdot 2^4 = 2^{\square}$

b. $5^5 : 5^3 = 5^{\square}$

c. $3^4 \cdot 3^4 = 3^{\square}$

d. $2^3 : 2 = 2^{\square}$

II) Realiza las siguientes operaciones en los números racionales.

a. $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} =$

b. $\frac{14}{3} : \frac{6}{7} =$

c. $2,74 \cdot 3,2 =$

d. $5 : 2,5 =$

III) Una bebida dice que, por una promoción, el contenido por envase ha aumentado con respecto al original un 15%. Si antes el envase de bebida traía 1,5L, ¿cuántos litros trae el envase en promoción?



3. REFLEXIÓN Y ANÁLISIS DE LO APRENDIDO

I) Identifica qué método es más conveniente según el caso.

a. ¿Cuánto dinero ahorró Gabriel en la compra de su abrigo si el abrigo costaba \$25.000 y tenía una rebaja de un 25%?

b. A Valeria le cuesta 3.000 pesos hacer un kuchen. ¿A qué precio debe venderlo si quiere ganar un 20%?

II) ¿Cuál es el primer paso para realizar una división de fracciones?

III) ¿Cuántos espacios debes correr la coma si multiplicas $2 \cdot 1,02$?

IV) Si el precio de una pizza el mes pasado era \$4.000 y hoy es \$5.200, ¿cuál fue el porcentaje de aumento del precio?



4. CÓMO SE UTILIZA LO APRENDIDO

I) Ariel tiene dos gatos y un perro. Ayer fue a comprarles sus alimentos y compró 2,5k de comida de perro y compró el triple para los gatos. ¿Cuántos kilos de comida de gato compró Ariel?

II) Andy fabrica alfajores y el costo de hacerlos es de \$200 cada uno, si quiere ganar \$50 por cada alfajor, ¿qué porcentaje tiene que aumentar el costo de los alfajores?

III) Las bacterias son seres vivos que se reproducen dividiéndose por la mitad cada cierto tiempo determinado. Si un científico está haciendo un cultivo de bacterias de un tipo específico que se divide cada minuto. Expresa en potencias y responde, ¿cuántas bacterias tendrá en el cultivo al cabo de 3 minutos?



5. EVALUANDO LO APRENDIDO

I) La Hidra de Lerna es un personaje mitológico que aparece en algunas historias, como la de las 12 pruebas de Hércules. La Hidra era un monstruo que, si le cortas la cabeza, en su lugar le nacen 2 cabezas. Si un héroe intenta vencerla cortándole todas sus cabezas cada día. Expresa en potencias cuántas cabezas tendrá Hidra el segundo día y cuantas tendrá al cabo de 4 días, luego calcula.

II) Francisco está decidiendo qué chaqueta comprarse. La chaqueta de cuero cuesta \$40.000 y tiene un 25% de descuento, mientras que la de jeans cuesta \$36.000 y tiene un 15% de descuento, ¿Qué chaqueta le sale más barato comprar ?

III) Se requiere llenar un bidón de agua con una capacidad de 7L, con una botella de 2,5L ¿Cuántas veces habrá que llenar la botella para completar la capacidad del bidón? ¿Todas las veces se necesitará llenar por completo la botella?, ¿por qué?