

# GUÍA N°1: NÚMEROS Y ÁNGULOS

## MATEMÁTICA

### 8° EGB

#### INSTRUCTIVO PARA EL ESTUDIANTE

En la siguiente guía te enfrentarás a diversas actividades que te ayudarán a recordar y ejercitar tus habilidades en el área de Matemática. Para eso debes seguir la estructura de la guía, que consta de las siguientes etapas:



**RECORDANDO CONTENIDOS:** Aquí encontrarás una presentación de los contenidos esenciales para resolver la guía, por lo que, cada vez que tengas dudas, puedes volver a visitar esta sección.



**COMPRENDIENDO LO ABORDADO:** Aquí encontrarás distintos tipos de ejercicios para desarrollar y comprender los contenidos que recordarás en la sección anterior.



**REFLEXIÓN Y ANÁLISIS DE LO APRENDIDO:** Aquí encontrarás ejercicios que te harán reflexionar sobre los contenidos trabajados en la guía, puesto que los puedes abordar con distintos métodos. Esto te permitirá profundizar tu aprendizaje.



**CÓMO SE UTILIZA LO APRENDIDO:** Aquí encontrarás ejercicios que te mostrarán cómo se aplican en la vida diaria los contenidos abordados.



**EVALUANDO LO APRENDIDO:** Aquí encontrarás ejercicios con los que podrás practicar lo aprendido, algunos presentan mayor complejidad, los que te ayudarán a apropiarte aún más de los contenidos.



Providencia

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

Colegio: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### CONTENIDO:

- Números enteros.
- Ángulos en rectas paralelas.

### OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

- **OA\_1** Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:
  - › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
  - › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales.
  - › Aplicando la regla de los signos de la operación.
  - › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.
- **OA\_16**<sup>1</sup> Identificar los ángulos que se forman entre dos rectas que se cortan (pares de ángulos opuestos por el vértice y pares de ángulos complementarios).
- **OA\_21**<sup>2</sup> Calcular ángulos en rectas paralelas cortadas por una transversal y en triángulos.

**HABILIDAD:** Argumentar y comunicar, por medio de la aplicación la resolución de ejercicios matemáticos de números enteros y ángulos en rectas paralelas.

---

<sup>1</sup> Objetivo de aprendizaje 6EGB, programa de Matemática.

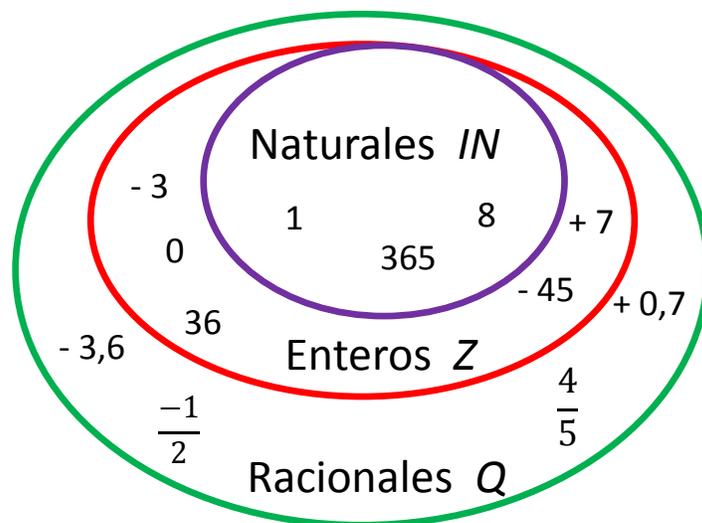
<sup>2</sup> Objetivo de aprendizaje 6EGB, programa de Matemática.



## 1. RECORDANDO CONTENIDOS

### A. CONJUNTOS NUMÉRICOS:

En matemáticas utilizamos “números” cuando nos referimos a una cantidad contable. Los números que usamos cotidianamente pertenecen a uno o más de un conjunto. En la siguiente representación se muestran los conjuntos numéricos que conoces hasta el momento, que son:



Los números naturales ( $\mathbb{N}$ ) ocupan el centro de la figura. Son aquellos números que utilizamos para contar elementos y se caracterizan por ser positivos, como, por ejemplo: 1, 2, 5, 20, 100, 357, 93820, 10000000, etc. Luego, están los números enteros ( $\mathbb{Z}$ ) que corresponden a números positivos, negativos y el “0”, el que no tiene signo.

Al final de la figura se encuentran los números racionales, que son todos aquellos números que pueden expresarse como una fracción y cuyo resultado sea un decimal finito. En este grupo están los números enteros y los números decimales (todos esos números que están “entre” los números enteros, por ejemplo: 0,1 (está entre el 0 y el 1), - 3,5 (está entre el -3 y el -4).

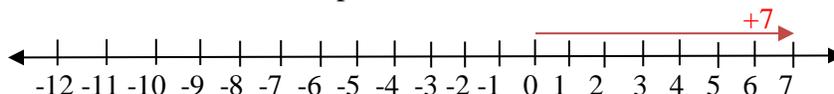
## B. OPERATORIA EN LOS ENTEROS (Z):

### 1. Adición de números enteros:

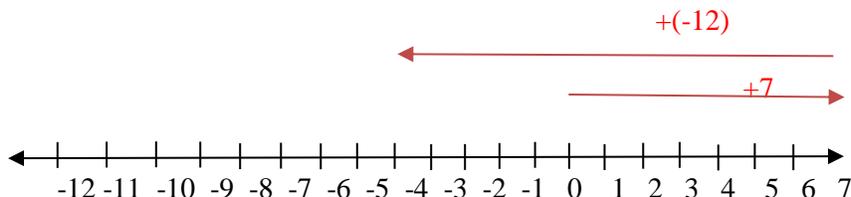
**Situación de ejemplo:** Suma el número entero 7 con el número entero -12, es decir, calcula  $7 + (-12)$

#### Método 1.1 – Sumar utilizando la recta numérica

**Paso 1:** Los números indican siempre la cantidad de espacios que deberás moverte en la recta numérica, partiendo SIEMPRE desde el 0, si el número es (+) hay que moverse hacia la derecha y si es (-) hay que moverse hacia la izquierda. En nuestro ejemplo, en primer lugar, observamos el 7, cuyo signo es (+) por lo tanto hay que moverse 7 espacios hacia la derecha. Así, en la recta numérica se representa como:



**Paso 2:** Repite el paso 1 utilizando el criterio expuesto, ahora con el número entero (-12). Esta vez parte desde el número 7, pues allí fue donde quedamos en el paso anterior.



El número sobre el cuál quedaste, luego de realizar los pasos con cada número, es el resultado de la adición.

**Paso 3:** Reescribe y presenta tu resultado:

El resultado de  $7 + (-12)$  es -5

#### Método 1.2 – Sumar enteros usando valores absolutos

**Paso 1:** Para realizar la suma de dos enteros por medio de este método, aplica uno de los siguientes criterios:

- A. Si ambos enteros poseen el mismo signo, entonces suma sus valores absolutos y el resultado final conserva el signo de los dos enteros.
- B. Si los dos enteros poseen diferente signo, entonces haz la diferencia de sus valores absolutos y el resultado final conserva el signo del entero con mayor valor absoluto.

En el caso del ejemplo anterior, observa que 7 posee signo positivo y el 12 signo negativo, por lo que, para el paso 2 debes utilizar el criterio B.

**Paso 2:** Para aplicar el criterio B, primero obtén los valores absolutos:

$$\begin{aligned} |7| &= 7 \\ |-12| &= 12 \end{aligned}$$

Luego reescribe la expresión, obteniendo:

$$12 - 7 = 5 \Rightarrow -5$$



Luego de la operación realizada, al resultado final ponle el signo del entero con mayor valor absoluto, en este caso 12 y su signo es (-).

**Paso 3:** Reescribe y presenta tu resultado.

El resultado de  $7 + (-12)$  es -5

#### **IMPORTANTE:**

- Cuando se suman dos números enteros con diferente signo (como en el ejemplo anterior), pero con igual valor absoluto, el resultado siempre será 0, a lo cual se le denomina **INVERSO ADITIVO** del otro.
- En el caso de que a cualquier número entero se le sume 0, el resultado es el propio número entero, ya que el 0 es el **NEUTRO** en la suma de enteros.

## **2. Sustracción de números enteros:**

**Situación de ejemplo:** Realiza la diferencia entre el número entero -8 con el número entero -6, es decir, calcula  $-8 - (-6)$ .

#### **Reglas de la sustracción:**

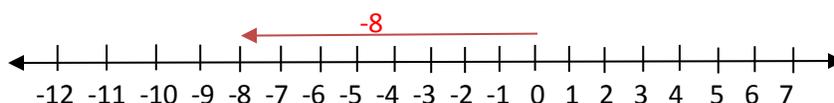
Antes de exponer los métodos para resolver la operación de la sustracción de números enteros, es necesario saber los criterios de signos al momento de realizar dicha operación, como veremos a continuación:

Criterio	Combinación	Resultado
1	$(+a)-(+b)$	$a-b$
2	$(-a)-(+b)$	$-a-b$
3	$(+a)-(-b)$	$a+b$
4	$(-a)-(-b)$	$-a+b$

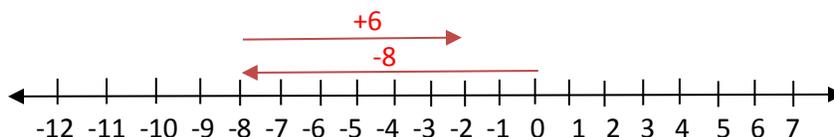
De lo anterior es posible apreciar que cuando dos números enteros se están restando y el sustraendo posee un signo negativo (-), inmediatamente dicho número cambia de signo a positivo (+). Lo mismo ocurre en el caso contrario, si el segundo número posee un signo positivo (+), entonces dicho número cambia de signo a negativo (-).

### Método 2.1 – Restar números enteros utilizando la recta numérica

**Paso 1:** Los números indican siempre la cantidad de espacios en que deberás moverte en la recta numérica, partiendo SIEMPRE desde el 0, si es (+) hay que moverse hacia la derecha y si es (-) hay que moverse hacia la izquierda. En este caso, primero hay que moverse 8 espacios hacia la izquierda. Así, en la recta numérica se representa como:



**Paso 2:** Repite el paso 1 utilizando el criterio expuesto con el número entero (-6). En este caso, como se expuso en las “reglas de la sustracción”, en el ejemplo el sustraendo es negativo (-), por lo que su signo debe cambiar a (+6). Lo anterior se representa en la recta numérica de la siguiente forma:



**Paso 3:** Reescribe y presenta tu resultado.

El resultado de  $-8 - (-6)$  es  $-2$

#### IMPORTANTE:

El uso de paréntesis en operaciones con números enteros es muy importante:

- Si el paréntesis está precedido por el signo +, se suprime el paréntesis y los números que se “ubican al interior” conservan el signo. Por ejemplo  $+(-3) + 8 = -(3) + 8$
- Si el paréntesis está precedido por el signo (-), se suprime el paréntesis y los números que se “ubican al interior” se reemplazan por sus opuestos aditivos. Por ejemplo  $-((-3) + 8) = 3 - (8)$

## Método 2.2 – Restar enteros usando el inverso aditivo

**Paso 1:** Para realizar la resta de dos enteros por medio de este método debes SUMAR el inverso aditivo del sustraendo de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} -8 - (-6) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -8 + 6 \end{array}$$



En este caso, el criterio del inverso aditivo expone que el inverso aditivo de  $-6$  es  $+6$ , por lo que la operación de sustracción se transforma en una operación de adición.

**Paso 2:** Aplica el criterio de la adición expuesto en el punto 1.

En el caso del ejemplo, se aplican las reglas de la adición y la expresión queda de la siguiente forma:

$$\begin{array}{l} -8 - (-6) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -8 + (+6) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ -2 \end{array}$$



En este caso, observa cómo se utilizaron las reglas de la adición expuestas en el punto 1, sobre cómo sumar dos números enteros de distinto signo.

**Paso 3:** Reescribe y presenta tu resultado.

El resultado de  $-8 - (-6)$  es  $-2$

I. Responde.

A. ¿Cuál es la diferencia entre sumar dos números del mismo signo con sumar dos números de distinto signo?

---

---

---

II. Resuelve las siguientes operaciones de números enteros con igual signo. Realiza las operaciones en tu cuaderno y luego traspasa las respuestas a la guía.

A.  $12 + 11 =$

B.  $-11 + -7 =$

C.  $-9 - 2 =$

D.  $-3 - 7 =$

III. Resuelve los siguientes ejercicios de números enteros con distinto signo. Realiza las operaciones en tu cuaderno y luego traspasa las respuestas a la guía.

A.  $-15 + 41 =$

B.  $-84 + 79 =$

C.  $-38 + 26 =$

D.  $-30 + 75 =$

### **C. USO DE PARÉNTESIS EN OPERACIONES DE NÚMEROS ENTEROS:**

#### **Paréntesis procedidos por el signo +**

En este caso, al eliminar el paréntesis, los números que se “ubican al interior”, conservan su signo.

Ejemplo:  $23 + (25 - 4 + 7) = 23 + 25 - 4 + 7 = +51$

#### **Paréntesis procedidos por el signo -**

En este caso, al eliminar el paréntesis, los términos ubicados “dentro del paréntesis”, se reemplazan por sus opuestos aditivos.

Ejemplo:  $12 + 40 - (16 + 22 - 20) = 12 + 40 - 16 - 22 + 20 = +34$

IV. Resuelve.

A.  $-54 - (98 + 109 - 99) =$

B.  $-16 - 58 - (-96) - (84 + 67 - 28) =$

## D. GEOMETRÍA:

### 1. Conceptos básicos de geometría

Recta



Ángulo



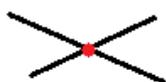
Vértice



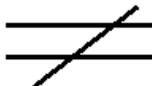
Rectas Paralelas



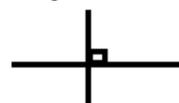
Intersección



Transversal

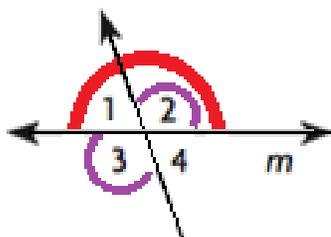


Perpendicular



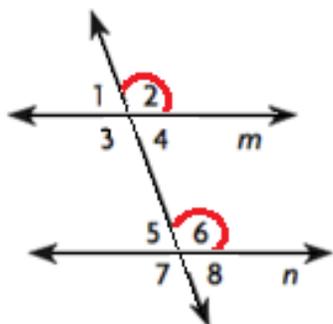
### 2. Ángulos entre paralelas:

**Ángulos opuestos por el vértice:** Como lo dice el nombre estos ángulos están separados por un vértice y tienen la característica que son congruentes. En el diagrama corresponden a ángulos opuestos por el vértice los pares de ángulos: 1 y 4, 2 y 3.



**Nota:** Los ángulos 1 y 2 comprenden un ángulo extendido ( $180^\circ$ )

**Ángulos correspondientes:** En dos rectas cortadas por una transversal, se les llama ángulos correspondientes a dos ángulos que aparecen en la misma posición en relación con la línea transversal, pero uno es interno y el otro externo a las dos rectas. Son congruentes cuando las líneas que intersectan la transversal son paralelas. En el diagrama, corresponden a los pares: 1 y 5, 3 y 7, 2 y 6, 4 y 8.



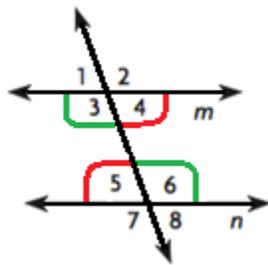
Los ángulos 2 y 6, al estar al mismo lado de la transversal (lado derecho) y al ser uno externo (2) y el otro interno (6), se dice que son ángulos correspondientes

**OBSERVACIÓN:**

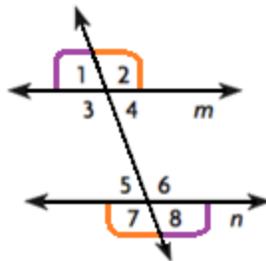
**Ángulos interiores:** Los ángulos formados dentro de dos rectas paralelas.

**Ángulos exteriores:** Ángulos formados fuera de las dos rectas paralelas.

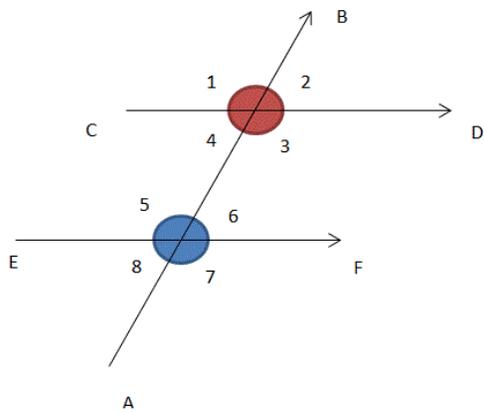
**Ángulos alternos internos:** Son los ángulos interiores ubicados en los lados opuestos de la línea transversal, son congruentes cuando las líneas que intersectan la transversal son paralelas. En el diagrama los ángulos correspondientes son los pares: 4 y 5, 3 y 6.



**Ángulos alternos externos:** Son los ángulos exteriores ubicados en los lados opuestos de la línea transversal, son congruentes cuando las líneas que intersectan la transversal son paralelas. En el diagrama los ángulos correspondientes son los pares: 1 y 8, 2 y 7.



V. Encuentra la medida de los ángulos solicitados.



- A. La medida de  $\sphericalangle 1$ , sabiendo que  $\sphericalangle 7 = 87^\circ$
- B. La medida de  $\sphericalangle 4$ , sabiendo que  $\sphericalangle 5 = 110^\circ$
- C. La medida de  $\sphericalangle 8$ , sabiendo que  $\sphericalangle 6 = 75^\circ$
- D. La medida de  $\sphericalangle 3$ , sabiendo que  $\sphericalangle 8 = 125^\circ$
- E. La medida de  $\sphericalangle 2$ , sabiendo que  $\sphericalangle 1 = 100^\circ$



## 2. COMPRENDIENDO LO ABORDADO

I. Observa el ejemplo y luego, entrega una solución al problema.

**Ejemplo:** Si un auto de juguete pesa 1 kg, ¿qué método de los abordados en esta guía deberías utilizar para saber cuánto pesarán 8 de ellos?

**Respuesta:** Adición de números enteros (Método 1.1)

A. Si una manzana pesa 57g y otra manzana pesa 62g, ¿qué método te permite calcular la **diferencia** entre sus masas?

\_\_\_\_\_

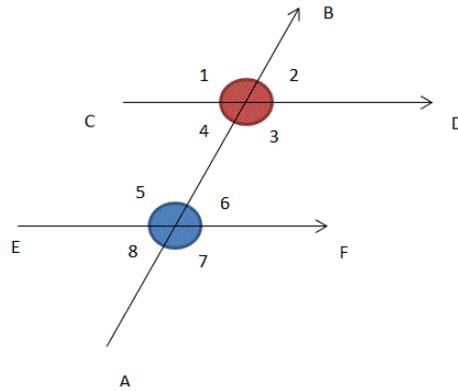
II. Responde qué método puedes utilizar en cada una de las siguientes expresiones para obtener el resultado.

- |                     |            |
|---------------------|------------|
| A. $1 + 18$         | Método 1.1 |
| B. $30 - 25$        | _____      |
| C. $-8 - (-14 + 3)$ | _____      |
| D. $-30 + 2$        | _____      |

III. Indica qué signo posee el valor del resultado de las siguientes operaciones.

- |              |          |
|--------------|----------|
| A. $-12 + 6$ | Negativo |
| B. $-25 - 6$ | _____    |
| C. $40 - 75$ | _____    |
| D. $86 + 32$ | _____    |

IV. Observa la siguiente figura y responde



Si el  $\sphericalangle 2 \neq \sphericalangle 6$ , ¿qué se puede decir de la relación entre las rectas  $\overleftrightarrow{CD}$  y  $\overleftrightarrow{EF}$ ?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



### 3. REFLEXIÓN Y ANÁLISIS DE LO APRENDIDO

I. Realiza los siguientes ejercicios.

A. Encierra en un círculo **solo** los números enteros.

1	3	0,3	234:1
25	-3/5	34	
-8	2,3/3	-1	98/1
195	100:5	3/4	0

B. Si a un número positivo deseo sumarle otro y quiero que el resultado me quede siempre negativo. ¿Qué características debe tener el número que deseo sumar? Justifica tu respuesta.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

C. “Mónica dice que la letra X forma dos pares de ángulos congruentes. Jaime dice que la letra X forma dos pares de ángulos opuestos por el vértice. ¿Quién tiene razón? Explica y justifica.”

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



## 4. CÓMO SE UTILIZA LO APRENDIDO

I. Resuelve los siguientes problemas utilizando los métodos de resolución anteriores. Realiza las operaciones en tu cuaderno y luego traspasa las respuestas a la guía.

- A. Felipe debe caminar 32m hacia la derecha y 97m hacia el norte de sí mismo. ¿Cuál fue la distancia total que recorrió Felipe en su trayectoria?

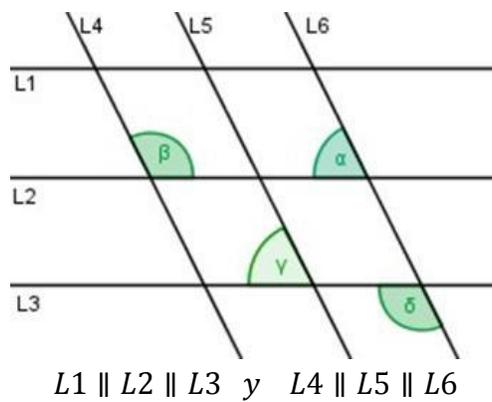
- B. Un auto puede transportar 4 toneladas de peso como máximo, mientras que un camión podría llevar un total de 9 toneladas. ¿Cuántas toneladas puede transportar el auto y el camión en total?

- C. Un calamar se encuentra a 12 metros bajo el nivel del mar. Sube 7 metros y luego baja 3 metros. ¿A qué distancia del nivel del mar se encuentra finalmente?

- D. Un termómetro marcaba 3 grados bajo cero a las 9 de la mañana. Cinco horas más tarde subió 7 grados y 6 horas después bajó 5 grados. ¿Qué temperatura marcó finalmente?

E. Sebastián sacó un plato de comida que estaba en el refrigerador a  $2^{\circ}\text{C}$ . Lo calentó en el horno y la temperatura aumentó en  $17^{\circ}\text{C}$ . ¿Qué temperatura alcanzó el plato de comida?

II. Resuelve los siguientes problemas.



A. Encuentra la medida de  $\alpha + \beta =$

B. Sabiendo que  $\delta = 65^{\circ}$ , encuentra la medida de  $\alpha + 2\beta - 2\gamma =$



## 5. EVALUANDO LO APRENDIDO

### I. Evalúa y argumenta

- A. ¿Cuál es la diferencia entre el conjunto de números enteros y el conjunto de números racionales?

---

---

- B. "Cuando una recta interseca a dos paralelas, se observan 2 medidas de ángulos diferentes. Y cuando la recta interseca a tres rectas paralelas, se observan 4 medidas diferentes."

---

---

- C. Un hombre tiene 29 años, pero él desea saber qué edad tenía hace 5 años. ¿Qué operación matemática de las abordadas podría utilizarse para calcular esta situación?

---

---

- D. Volviendo al problema anterior, si en vez de querer saber qué edad tenía hace 5 años, ahora el hombre desea saber cuántos tendrá en 17 años más. ¿Qué operación matemática de las abordadas podría utilizarse para calcular esta situación?, ¿en qué se diferencia el resultado actual con el anterior?

---

---